

UM MODELO HIPOPLÁSTICO PARA A ANÁLISE DE COLUNAS TUBULARES MISTAS DE SEÇÃO TRANSVERSAL RETANGULAR SOLICITADAS À FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA

Dilze C. S. C. Marques
dilmarques@ctec.ufal.br

Severino P. C. Marques
smarques@ctec.ufal.br

Eduardo T. L. Junior
edut@ctec.ufal.br

Rodrigo M. Lameiras
rmlameiras@ctec.ufal.br

Resumo

Neste trabalho, é apresentado um modelo numérico para a análise de colunas tubulares mistas, constituídas por tubos de aço de seção transversal retangular, preenchidos por concreto de média e alta resistências, submetidas à flexão composta oblíqua. O modelo tem por base o método dos elementos finitos, emprega uma formulação cinemática Lagrangeana Total e relações constitutivas não lineares para os materiais, resultando capaz de descrever, satisfatoriamente, o comportamento do citado tipo de colunas em regime pré e pós-crítico. As hipóteses e considerações que fundamentam o modelo são: a) Seções transversais planas permanecem planas; b) Aderência perfeita entre o tubo e o concreto; c) O aço que constitui o tubo é tratado como material elastoplástico perfeito sob solicitação uniaxial; d) A resistência à tração do concreto é considerada; e) As seções transversais das colunas são divididas em células de geometria retangular; f) O concreto solicitado à compressão é tratado por um modelo constitutivo ortotrópico tridimensional do tipo hipoplástico. Apresentam-se resultados de análise de colunas de características físicas e geométricas diversificadas, cujos resultados (carga crítica e trajetória carga x deslocamento) foram satisfatórios, quando comparados com valores experimentais divulgados na literatura.

Palavras-chave: concreto confinado, elementos finitos, modelo hipoplástico.

Abstract

This paper presents a numerical model for analysis of concrete filled steel tubular columns. The columns are constituted by rectangular cross-section steel tubes filled by normal and high strength concrete and are subjected to combined axial load and bending about two axes. The model is based on the finite element method, using a total Lagrangean kinematics formulation and nonlinear constitutive relations for the materials, allowing the description of the behavior of the columns in pre and post critical stages. The model adopts the following basic assumptions: a) sections which are plane before bending remain plane after bending; b) there is perfect bond between the tube and the concrete core; c) the steel is a perfectly elastoplastic material; d) compressed concrete has a hypoplastic orthotropic behavior. The formulation takes into account the tensile strength of the concrete. In the analysis, the cross sections of the columns are divided into rectangular elements with sides, respectively, parallel to the edges of the tube. Results of several columns with distinct mechanics and geometric characteristics are presented. Such results are given as critical loads and load – lateral displacement diagrams. To validate the model, the results are compared with experimental values.

Keywords: confined concrete, finite element method, hypoplastic model.

1 Introdução

As colunas mistas constituídas por tubos metálicos preenchidos por concreto têm sido utilizadas há bastante tempo na construção civil. Porém, nas últimas décadas, o emprego das mesmas tem se intensificado graças às suas vantagens, relacionadas com aspectos de desempenho mecânico e construtivo, tendo como comparação as colunas convencionais de concreto

armado e aquelas confeccionadas apenas em aço. O mecanismo de interação entre o tubo e o núcleo de concreto proporciona a este último uma melhoria em suas características de resistência e, principalmente, de ductilidade. Este efeito se deve ao estado de confinamento do concreto garantido pela presença do tubo. Por outro lado, o núcleo de concreto protege o tubo contra flambagem, aumentando a resistência à instabilidade da coluna. Considerando os aspectos construtivos, as citadas colunas mistas apresentam facilidade de execução devido à dispensa de formas para o concreto e também de armaduras longitudinais e transversais.

Com o reconhecimento das vantagens das colunas mistas tubulares, o número de pesquisas teóricas e experimentais sobre o comportamento das mesmas tem crescido substancialmente nos últimos anos. Como trabalhos de cunho experimental publicados, podem ser citados aqueles devidos a BRIDGE (1976), SHAKIR-KHALIL e ZEGUICHE (1989), CEDERWALL, ENGSTROM e GRAUERS (1990) e KILPATRICK e RANGAN (1999). Em se tratando de estudos analíticos tem-se, dentre outros, aqueles publicados por FURLONG (1967), ZHANG e SHAHROOZ (1999), GHASEMIAN e SCHMIDT (1999) e MARQUES e MARQUES (2000). Um estado da arte de colunas de aço com núcleo de concreto encontra-se publicado em SHAMS e SAADEGHVAZIRI (1997).

O presente trabalho tem como objetivo apresentar um modelo numérico destinado a descrever o comportamento mecânico de colunas mistas, confeccionadas por tubos de aço de seção retangular preenchidos por concreto de média ou de alta resistência, e submetidas à flexão composta oblíqua. O modelo é baseado no método dos elementos finitos e utiliza uma formulação cinemática do tipo Lagrangeana Total, permitindo a realização da análise em estágios pré e pós-críticos. Os deslocamentos e rotações são considerados grandes e as deformações são admitidas pequenas. O elemento finito utilizado é tridimensional degenerado e foi formulado por BATHE (1982) para o estudo de vigas. Na análise, a coluna é discretizada em fibras longitudinais de seção transversal retangular, cujos lados são paralelos aos lados da seção transversal.

O modelo adota para o concreto comprimido uma relação constitutiva não linear ortotrópica tridimensional hipoplástica, empregando o conceito de deformação uniaxial equivalente. O aço é suposto como um material elastoplástico perfeito. O concreto tracionado é tratado por uma lei constitutiva não linear. Para ambos os materiais, a possibilidade de ocorrer descarregamento e recarregamento é considerada no modelo constitutivo adotado.

Para demonstrar a validação do modelo, diversos exemplos encontrados na literatura são analisados, comparando-se os resultados numéricos obtidos com os correspondentes valores experimentais publicados por outros autores.

2 Formulação Numérica

2.1 Modelo de Elemento Finito

É utilizado um modelo não linear de elemento finito do tipo tridimensional degenerado para a análise de barras de seção transversal retangular, apresentado em BATHE (1982). Este tem por base a hipótese cinemática de que as seções transversais planas permanecem planas e utiliza uma formulação incremental Lagrangeana Total, que permite o tratamento de problemas não lineares envolvendo grandes deslocamentos (translações e rotações), acompanhados de pequenas deformações.

2.2 Discretização da Seção Transversal

A seção transversal de cada coluna é discretizada em células retangulares de lados paralelos aos lados da seção, Figura (1), as quais dividem a coluna em fibras longitudinais constituídas por um único material, aço ou concreto.

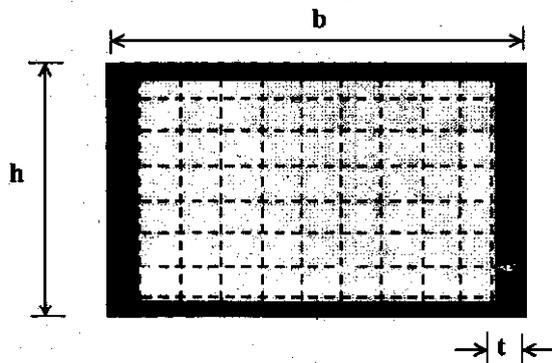


Figura 1 – Discretização da seção transversal

2.3 Relações Constitutivas

A relação constitutiva incremental de cada fibra, neste modelo, tem a forma:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_{12} \\ d\sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & G_{12} & 0 \\ 0 & 0 & G_{13} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_{12} \\ d\varepsilon_{13} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

na qual $d\sigma_1$, $d\sigma_{12}$ e $d\sigma_{13}$ são os incrementos de tensão normal e tangenciais em um ponto qualquer da seção transversal de cada fibra. O índice 1 designa a direção do eixo da coluna (ou de uma fibra) e os índices 2 e 3 as direções dos eixos de simetria da seção transversal. Os termos $d\varepsilon_1$, $d\varepsilon_{12}$ e $d\varepsilon_{13}$ indicam os incrementos de deformação e E_1 , G_{12} e G_{13} são os módulos de elasticidade tangentes longitudinal e transversais do material. Estes variam ao longo da análise incremental em conformidade com a lei constitutiva do material que constitui a lâmina. No caso de uma fibra de aço, por exemplo, admite-se o material como elastoplástico perfeito e assim,

$$E_1 = E_a \quad \text{para} \quad |\varepsilon_1| \leq \varepsilon_y \quad (2)$$

$$E_1 = 0 \quad \text{para} \quad |\varepsilon_1| > \varepsilon_y \quad (3)$$

$$G_{12} = G_{13} = \frac{E_1}{2,6} \quad (4)$$

sendo E_a o módulo de elasticidade longitudinal do aço e ε_y a deformação para a qual ocorre o início do escoamento. Para o caso de uma fibra de concreto solicitada à tração é utilizada uma relação constitutiva proposta por COLLINS e MITCHELL (1991), na qual foi feito $f_{cr} = 0,33\sqrt{f_c}$, resultando

$$E_1 = E_c \quad \text{para} \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad (5)$$

$$G_{12} = G_{13} = E_1 / 2,4$$

$$E_1 = \frac{33\sqrt{f_c}}{400\varepsilon_c + \sqrt{200\varepsilon_c(1 + 200\varepsilon_c)}} \quad \text{para} \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad (6)$$

$$G_{12} = G_{13} = 0$$

Nos casos acima citados, que descrevem o comportamento do aço solicitado uniaxialmente à tração e à compressão e o comportamento do concreto solicitado uniaxialmente à tração, admitiu-se poder ocorrer descarregamento e recarregamento, situação para a qual o módulo de elasticidade tangente foi adotado igual ao módulo de elasticidade inicial do material.

Para o concreto solicitado à compressão, considera-se E_1 dependente do seu estado de confinamento, sendo o mesmo avaliado através de um modelo hipoplástico ortotrópico tridimensional, descrito a seguir:

A relação constitutiva para o concreto sob estado triaxial de tensão, assumido como material ortótropo, é expressa na forma

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^{-1} & -\nu_{21}E_2^{-1} & \nu_{31}E_3^{-1} \\ -\nu_{12}E_1^{-1} & E_2^{-1} & -\nu_{32}E_3^{-1} \\ -\nu_{13}E_1^{-1} & -\nu_{23}E_2^{-1} & E_3^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

e, na forma inversa,

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Omega} \begin{bmatrix} E_1(1-\nu_{23}\nu_{32}) & E_1(\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31}) & E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}) \\ E_2(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32}) & E_2(1-\nu_{13}\nu_{31}) & E_2(\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}) \\ E_3(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23}) & E_3(\nu_{23}+\nu_{13}\nu_{21}) & E_3(1-\nu_{12}\nu_{21}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

onde

$$\Omega = 1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \quad (9)$$

sendo E_i e ν_{ij} ($i, j=1,3$) as constantes elásticas do material.

Usando as definições de deformações uniaxiais equivalentes propostas por DARWIN e PECKNOLD (1977), a equação acima pode ser escrita na forma:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{u1} \\ d\varepsilon_{u2} \\ d\varepsilon_{u3} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

onde

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{u1} &= \frac{1}{\Omega} [(1-\nu_{23}\nu_{32})d\varepsilon_1 + (\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31})d\varepsilon_2 + (\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32})d\varepsilon_3] \\ d\varepsilon_{u2} &= \frac{1}{\Omega} [(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32})d\varepsilon_1 + (1-\nu_{13}\nu_{31})d\varepsilon_2 + (\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31})d\varepsilon_3] \\ d\varepsilon_{u3} &= \frac{1}{\Omega} [(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23})d\varepsilon_1 + (\nu_{23}+\nu_{13}\nu_{21})d\varepsilon_2 + (1-\nu_{12}\nu_{21})d\varepsilon_3] \end{aligned} \quad (11)$$

representam os incrementos de deformações uniaxiais equivalentes expressos em termos dos incrementos de deformações axiais reais. Admite-se aqui que a relação entre a tensão em uma das direções principais ($i=1, 2, 3$) e a respectiva deformação uniaxial equivalente seja dada pela equação proposta por CARREIRA e CHU (1985):

$$\sigma_i = \sigma_{ci} \frac{\beta \left(\frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_{ci}} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_{ci}} \right)^\beta} \quad (12)$$

descarregamento e recarregamento, E_d , o qual é também representado na Figura 2, foi obtido com a seguinte expressão:

$$E_d = E_{co} (1 - 0.893e^{-7.95(\epsilon_u/\epsilon_{cl})^{-1.86}}) \quad (16)$$

onde ϵ_u representa a deformação correspondente ao ponto do início do descarregamento.

2.4 Avaliação das Pressões Laterais

A estimativa das pressões laterais atuantes em um ponto do interior da coluna, sob solicitação de compressão na direção axial, é feita admitindo-se que a deformação lateral da mesma, na ausência de restrições laterais, possa ser expressa em função da deformação na direção axial pela equação de PANTAZOPOULOU e MILLS (1995), também apresentada e discutida em SPOELSTRA e MONTI (1999)

$$\epsilon_l = v\epsilon_c \quad \text{para} \quad \epsilon_c \leq \epsilon_c^{lim} \quad (17)$$

$$\epsilon_l = v\epsilon_c + \frac{(1-2v)}{2} \alpha \epsilon_c \left(\frac{\epsilon_c - \epsilon_c^{lim}}{\epsilon_c' - \epsilon_c^{lim}} \right)^2 \quad \text{para} \quad \epsilon_c > \epsilon_c^{lim} \quad (18)$$

na qual v = coeficiente de Poisson do concreto, ϵ_c é a deformação correspondente ao ponto de máximo da curva tensão x deformação do concreto solicitado à compressão axial, $\epsilon_c^{lim} \approx 0.001$ é a deformação para a qual tem-se início o aparecimento de micro fissuras e $\alpha \epsilon_c$ é a deformação axial correspondente a uma deformação volumétrica nula e que pode ser considerada aproximadamente igual a 0,002, tendo-se portanto

$$d\epsilon_l = v d\epsilon_c \quad \text{para} \quad \epsilon_c \leq \epsilon_c^{lim} \quad (19)$$

$$d\epsilon_l = v + 0.002(1-2v) \frac{(\epsilon_c - 0.001)}{(\epsilon_c' - 0.001)^3} \quad \text{para} \quad \epsilon_c > \epsilon_c^{lim} \quad (20)$$

Admitindo-se cada ponto restrito lateralmente nas direções laterais (2 e 3) por molas de rigidezes K_2 e K_3 que representam a ação das paredes do tubo de aço sobre o ponto, os incrementos de tensão $d\sigma_2$ e $d\sigma_3$ são obtidos como solução das equações de compatibilidade de deformações.

$$d\epsilon_l + \frac{d\sigma_2}{E_2} - v_{23} \frac{d\sigma_3}{E_3} = -\frac{2}{b} \cdot \frac{d\sigma_2}{k_2} \quad (21)$$

$$d\epsilon_l - v_{32} \frac{d\sigma_2}{E_2} + \frac{d\sigma_3}{E_3} = -\frac{2}{h} \cdot \frac{d\sigma_3}{k_3}$$

Nestas equações E_2 , E_3 , v_{23} e v_{32} variam de acordo com o modelo hipoplástico acima descrito, b e h são,

respectivamente, a largura e a altura da seção transversal da coluna e k_2 e k_3 são as rigidezes das paredes laterais do tubo, as quais variam com a posição do ponto no plano da seção transversal, e são avaliadas conforme modelo descrito a seguir.

na qual

$$\beta = \frac{I}{I - \frac{\sigma_{ci}}{E_{co}} \varepsilon_{ci}} \quad (13)$$

para $\beta \geq 1.0$ e $\varepsilon \leq \varepsilon_{ult}$. O parâmetro ε_{ult} representa a deformação última de compressão do concreto.

O tipo de curva descrita pelas Eq.(12) e Eq.(13) é mostrada na Figura 2 com as variáveis que aparecem na expressão de β devidamente ilustradas. Os valores ε_{ci} e σ_{ci} são obtidos, para um ponto de uma camada mista sob compressão triaxial, com o uso da superfície de falhas para o concreto de HSIEH, TING e CHEN (1979) e conforme descrito em CHEN e SALEEB (1982), BALAN, FILIPPOU e POPOV (1997) ou BALAN, SPACONE e KWON (2000). Nestas referências encontram-se também descritos os procedimentos de atualização das propriedades elásticas do concreto que aparecem na Eq. (9), bem como é feita a atualização das tensões reais e das deformações uniaxiais equivalentes ao longo da análise incremental. Os módulos de elasticidade transversais G_{12} e G_{13} que aparecem na Eq. (1) são calculados de acordo com LEKHINITSKII (1963):

$$G_{ij} = \frac{E_i E_j}{E_i (1 + \nu_{ij}) + E_j (1 + \nu_{ji})} \quad (14)$$

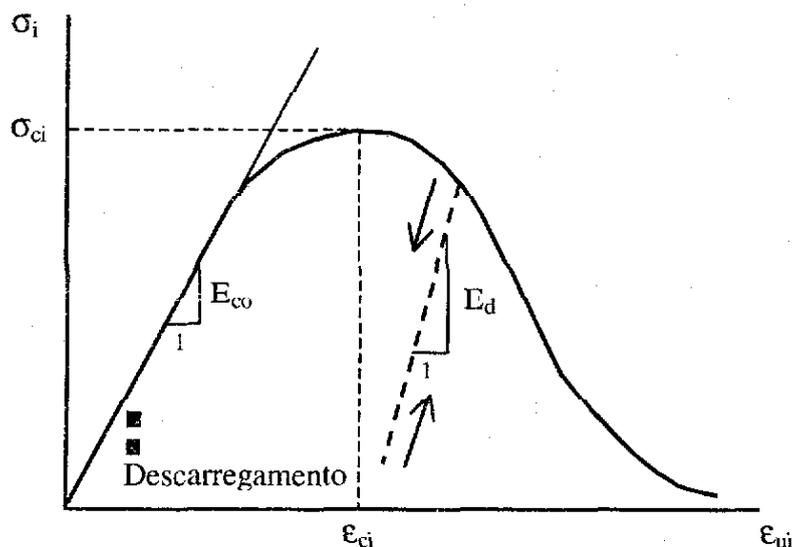


Figura 2 - Diagrama tensão x deformação uniaxial equivalente do concreto

Também considerou-se, no caso do concreto solicitado à compressão, a possibilidade de ocorrer carregamento e descarregamento. As condições para as quais ocorrem carregamento e descarregamento, ou recarregamento, são definidas pela função:

$$f = \sqrt{\varepsilon_{u1}^2 + \varepsilon_{u2}^2 + \varepsilon_{u3}^2} \quad (15)$$

A condição em que ocorre carregamento é $f > f_{m\acute{a}x}$ e $f \leq f_{m\acute{a}x}$ para tem-se as situações de descarregamento e recarregamento, sendo $f_{m\acute{a}x}$ o máximo valor da função f (eq. 15) em toda história de carregamento anterior. O módulo de

2.5 Avaliação das rigidezes de "mola" k_2 e k_3

A estimativa das rigidezes K_2 e K_3 é feita tomando-se um trecho do tubo, de comprimento unitário, e analisando as paredes do mesmo como vigas biengastadas solicitadas por uma pressão uniforme. Para o ponto central da seção, K_2 e K_3 seriam os valores das pressões que deveriam atuar nas paredes, vigas de comprimento h e b , respectivamente, e de seção transversal $(t \times 1)$, para que o deslocamento no meio de cada uma delas fosse unitário. No caso da viga de comprimento h , a equação para o cálculo de K_2 fica:

$$\frac{5\kappa_2 h^4}{384 E_a I_a} - \frac{\left(\kappa_2 h^2 / 12\right) h^2}{8 E_a I_a} = 1 \quad (22)$$

resultando

$$k_2 = 384 \frac{E_a I_a}{h^4} \quad (23)$$

Sendo o momento de inércia da seção transversal da viga $I_a = t^3 / 12$, conclui-se que:

$$k_2 = 32 \frac{E_a t^3}{h^4} \quad (24)$$

Analogamente, para a viga de comprimento b , resulta.

$$k_3 = 32 \frac{E_a t^3}{b^4} \quad (25)$$

Considera-se que estas rigidezes aumentam quando o ponto se desloca do centro para os cantos da seção. Assim, de forma análoga, para um ponto qualquer da seção transversal, K_2 e K_3 são obtidas como sendo os valores das pressões atuantes nas paredes do tubo que fariam unitárias as flechas nas mesmas ao nível do ponto em questão.

2.6 Procedimentos Numéricos

Os procedimentos adotados na análise culminam em se obter a solução da equação incremental de equilíbrio,

$$\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{i-1} \Delta \mathbf{U}^i = \mathbf{R}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (26)$$

onde $\mathbf{K}_{t+\Delta t}^{i-1}$ é a matriz de rigidez tangente da estrutura ao final da iteração de número $(i-1)$ do passo de análise correspondente à passagem da estrutura de uma configuração em um tempo t para outra configuração subsequente no tempo $t+\Delta t$. $\mathbf{R}_{t+\Delta t}^{i-1}$ é o vetor de forças desequilibradas referente ao passo e iteração acima referidos. $\Delta \mathbf{U}^i$ é o vetor das diferenças entre os deslocamentos totais no tempo $t+\Delta t$ e ao final das iterações (i) e $(i-1)$.

$$\Delta \mathbf{U}^i = \mathbf{U}_{t+\Delta t}^i - \mathbf{U}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (27)$$

Cada passo da análise é concluído quando se faz satisfeito o critério de convergência:

$$\frac{|\Delta U^j|}{|\Delta U_{t+\Delta t}^i|} \leq 10^{-4} \quad (28)$$

A descrição dos comportamentos pré-crítico e pós-crítico da coluna é obtida com o uso de um procedimento numérico proposto por YANG e CHIEH (1990) denominado Método dos Deslocamentos Generalizados.

3 Resultados

Apresentam-se resultados da análise de várias colunas bi-articuladas, com diferentes dimensões geométricas, constituídas por concretos de várias resistências e aços de diferentes tensões de escoamento, cujos resultados experimentais são conhecidos dos trabalhos de BRIDGE (1976), CEDERWALL, ENGSTROM e GRAUERS (1990) e SHAKIR-KALIL e ZEGHICHE (1989). A discretização de todas as colunas analisadas foi feita com 5 elementos finitos de três nós e a seção transversal dividida em 144 células (12 X 12).

Para todos os exemplos analisados o módulo de elasticidade tangente do concreto, na origem, é estimado pela equação (CARRASQUILLO, NILSON e SLATE (1981)):

$$E_{co} = 3320\sqrt{f_c} + 6900 \quad (f_c \text{ em MPa}) \quad (29)$$

3.1 Colunas ensaiadas por CEDERWALL, ENGSTROM e GRAUERS (1990)

Considerou-se aqui a análise de duas colunas biarticuladas, C7 e C13, cujos resultados experimentais são fornecidos em CEDERWALL, ENGSTROM e GRAUERS (1990). As Figuras 3 e 4 apresentam os dados e os diagramas carga x deslocamento lateral do ponto médio das colunas analisadas, comparados com os respectivos diagramas obtidos experimentalmente. Estas mesmas colunas foram analisadas por um modelo hipoeelástico, publicado em MARQUES et al. (2001), o qual serviu de base para formulação do presente modelo. Observou-se que os resultados obtidos com a nova formulação apresentaram uma melhora significativa em relação àqueles correspondentes ao modelo anterior. Nas figuras que apresentam os resultados, tem-se: L = comprimento da coluna, f_c = resistência do concreto não confinado, f_y = tensão de escoamento do aço e e = excentricidade do carregamento.

3.2 Coluna ensaiada por BRIDGE (1976)

Este exemplo consiste em uma coluna biarticulada, SHC5, submetida à flexão oblíqua e ensaiada por BRIDGE (1976). Os dados físicos e geométricos da coluna, assim como os resultados numéricos, obtidos com o presente modelo, e experimentais estão ilustrados na Figura 5.

3.3 Coluna ensaiada por SHAKIR-KHALIL e ZEGHICHE (1989)

Consiste este exemplo em uma coluna biarticulada, submetida à flexão oblíqua, cujos resultados experimentais estão publicados em SHAKIR-KHALIL e ZEGHICHE (1989). A Figura 6 mostra os dados da coluna e os resultados numéricos, encontrados através do presente modelo, comparados com os valores experimentais. O exemplo é identificado na referência acima como coluna 6.

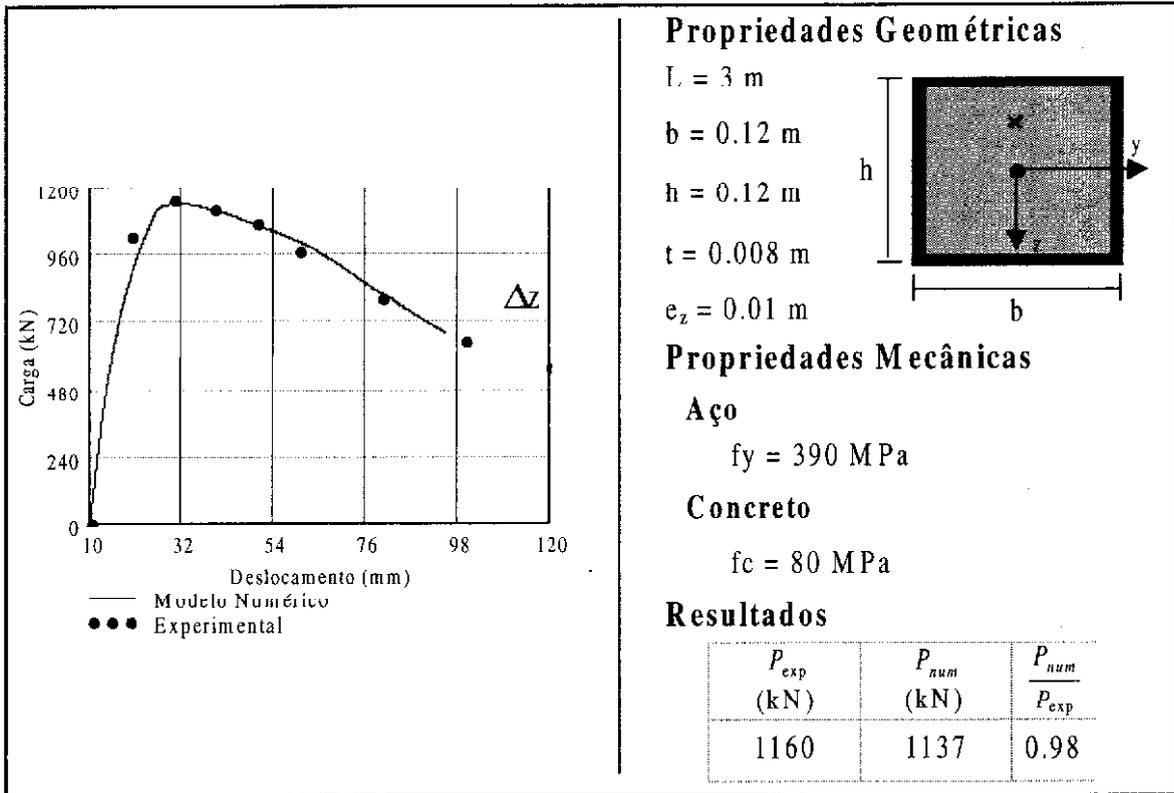


Figura 3 – Dados e resultados para a coluna C13

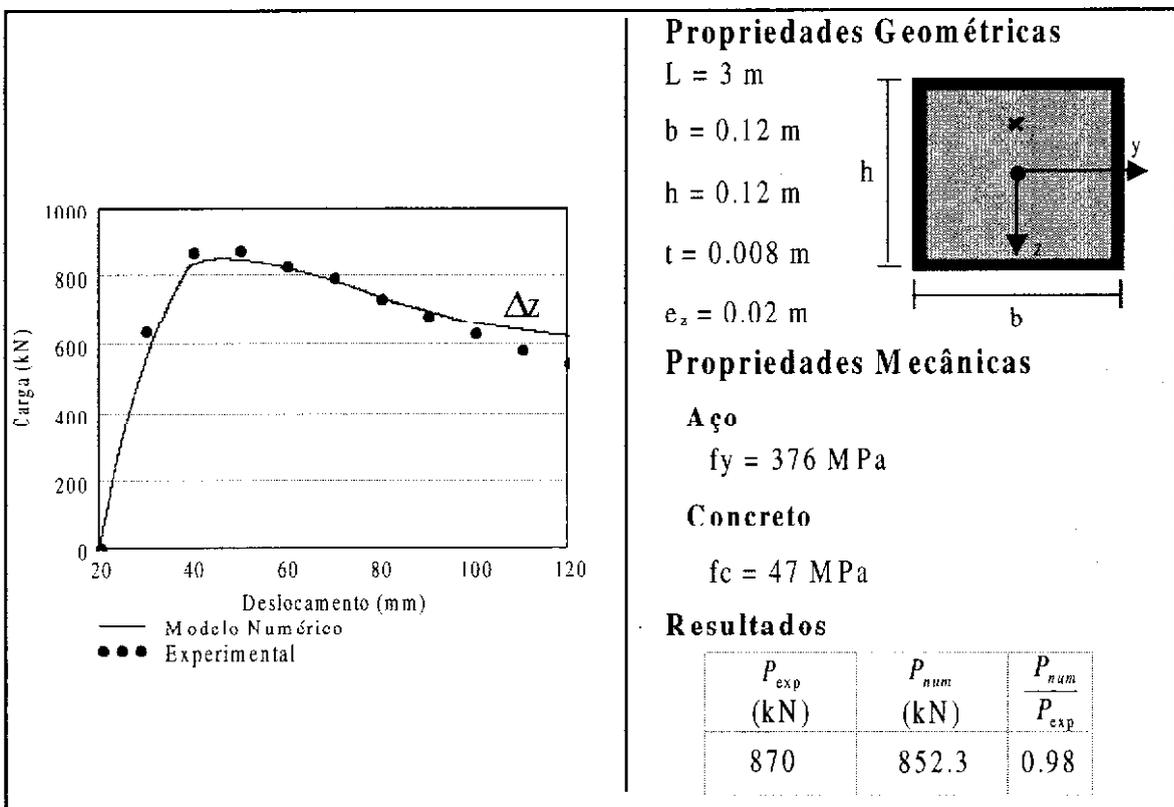


Figura 4 – Dados e resultados para a coluna C7

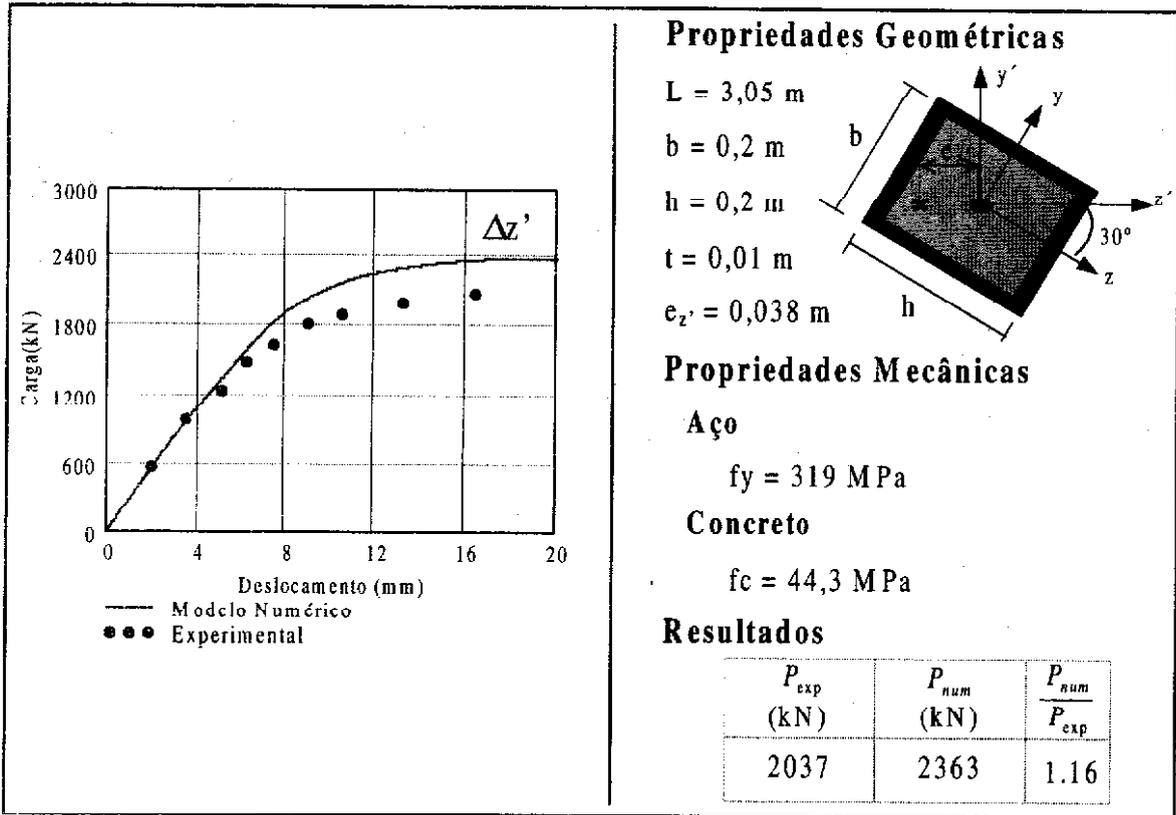


Figura 5 – Dados e resultados para a coluna SHC5

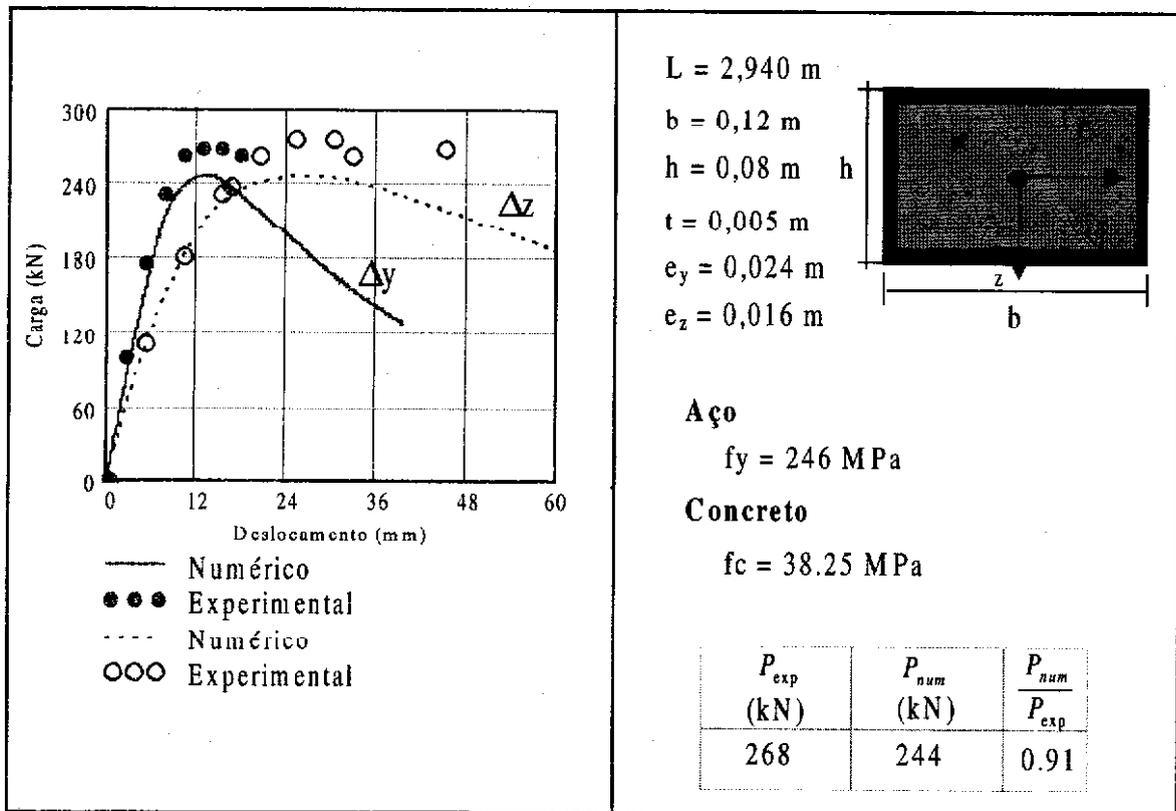


Figura 6 – Dados e resultados para a coluna 6

3 Conclusões

Foi apresentado um modelo baseado no método dos elementos finitos e formulado para descrever o comportamento de colunas tubulares preenchidas com concreto de alta e de média resistência à compressão, submetidas à flexão composta oblíqua. Usando o modelo aqui proposto, diversos exemplos de colunas, com variadas características físicas e geométricas foram analisados e os resultados obtidos foram comparados com resultados experimentais. Com base nos resultados de tais exemplos, pode-se observar que o modelo se mostrou capaz de descrever, de forma satisfatória, as correspondentes curvas carga axial x deslocamento lateral máximo em estágio pré e pós-crítico.

Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Federal de Alagoas pelo apoio financeiro prestado através da Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa (PROPEP-UFAL).

Referências

- BALAN, T. A.; FILIPPOU, F. C.; POPOV, E. P. Constitutive model for 3D cyclic analysis of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, Reston, v.123, n. 2, p. 143 – 153, Feb. 1997.
- BALAN, T. A.; SPACONE, E.; KWON, M. A 3D hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures. *Engineering Structures*, Surrey, n. 23, p. 333-342, Apr. 2000.
- BATHE, K. I. *Finite element procedures in engineering analysis*. Englewoods Cliffs: Prentice-Hall, 1982. 735p.
- BRIDGE, R. Q. Concrete-filled steel tubular columns. *Civ. Engrg. Trans.*, Sydney, v. 18, p. 127-133, July 1976.
- CARRASQUILLO, R. L.; NILSON, A. H.; SLATE, F. O. Properties of high strength concrete subjected to short-term loads. *ACI Journal*, Farmington Hills, v. 78, n. 3, p. 171-178, May-June, 1981.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. *ACI Journal*, Farmington Hills, v. 82, n. 6, p. 797-804, Nov.-Dec. 1985.
- CEDERWALL, K.; ENGSTROM, B.; GRAUERS, M. High-strength concrete used in composite columns. *ACI Journal*, Farmington Hills, v. 121, n. 11, p.195-214, Nov. 1990.
- CHEN, W. F.; SALEEB, A. F. *Constitutive equations for engineering materials*. New York: John Wiley & Sons, 1982. v. 1. 580p.
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. *Prestressed concrete structures*. Englewoods Cliffs: Prentice Hall, 1991. 766p.
- DARWIN, D.; PECKNOLD, D. A. Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete. *J. Engrg. Mech. ASCE*, Reston, v. 103, n. 2, p. 229-241, Apr. 1977.
- FURLONG, R. W. Strength of steel-encased concrete beam-columns. *J. Struct. Engrg., ASCE*, Reston, v. 93, n. 5, p. 113-224, Oct. 1967.
- GHASEMIAN, M.; SCHMIDT, L. C. Curved circular hollow section (CHS) steel strut infilled with higher strength-concrete. *ACI Structural Journal*, Farmington Hills, v. 96, n. 2, p. 275-281, Mar.-Apr. 1999.
- HSIEH, H. P.; TING, E. C.; CHEN, W. F. An elastic-fracture model for concrete. In: ENGINEERING MECHANICS DIVISION SPECIALITY CONFERENCE, 3., 1979, Austin. *Proceedings...* Austin: ASCE. 1979. 1 CD-ROM.
- KILPATRICK, A. E.; RANGAN, B. V. Tests on high-strength concrete-filled steel tubular columns. *ACI Structural Journal*, Farmington Hills, v. 96, n. 2, p. 268-274, Mar. – Apr. 1999.
- LEKHNITSKII, S. G. *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. San Francisco: Holden Day, 1963. 404p.
- MARQUES, S. P. C.; MARQUES, D. C. S. C. Análise não linear de colunas tubulares de aço com núcleo de concreto de alto desempenho. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 24., 2000, Punta Del Leste. *Anais...* Punta Del Leste: Facultad de Ingenieria – Universidad de la República Oriental del Uruguay, 2000. 1 CD-ROM.
- MARQUES, D. C. S. C. et al. Análise não linear de colunas tubulares mistas de seção transversal retangular. In: CILAMCE, 22., 2001, Campinas. *Anais...* Campinas: UNICAMP. 2001. 1 CD-ROM.

- PANTAZOPOULOU, S. J.; MILLS, R. H. Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete. *ACI Materials Journal*, Farmington Hills, v. 92, n. 6, p. 605-616, Nov.-Dec. 1995.
- SHAKIR-KALIL, H.; ZEGHICHE, J. Experimental behavior of concrete filled rolled rectangular hollow-section. *Structural Engineer*, London, v. 67, n. 9, p. 346-353, Oct. 1989.
- SHAMS, M.; SAADEGHVAZIRI, M. A. State of the art of concrete-filled steel tubular columns. *ACI Structural Journal*, Farmington Hills, v. 94, n. 5, p. 558-571, Sept.-Oct. 1997.
- SPOELSTRA, M. R.; MONTI, G. FRP-Confined concrete model. *Journal of Composites for Construction*, Reston, v. 3, n. 3, p.143-150, Aug. 1999.
- YANG, Y.; SHIEH, M. Solution method for nonlinear problems with multiple critical points. *AIAA Journal*, Reston, v. 28, p. 2110-2116, 1990.
- ZHANG, W.; SHAHROOZ, B. M. Strength of short and long concrete-filled tubular columns. *ACI Structural Journal*, Farmington Hills, v. 96, n. 2, p. 230-238, Mar.-Apr. 1999.

SOBRE OS AUTORES

Dilze C. S. C. Marques

Engenheira Civil pela Faculdade de Engenharia Civil, da Universidade Federal de Alagoas, em 1973, M.Sc. em Engenharia de Estruturas pela Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, em 1977, D.Sc. em Engenharia Civil-Estruturas pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 1994. Atualmente ocupa o posto de professora adjunta junta ao Departamento de Engenharia Estrutural da Universidade Federal de Alagoas.

Severino P. C. Marques

Engenheiro Civil pela Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, em 1977, M.Sc. em Engenharia Civil-Estruturas pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 1990, D.Sc. em Engenharia Civil-Estruturas pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 1994. Atualmente ocupa o posto de professor adjunto junto ao Departamento de Engenharia Estrutural da Universidade Federal de Alagoas.

Eduardo T. L. Júnior

Graduando do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas.

Rodrigo M. Lameiras

Graduando do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas.